anexo 3 Gráficas

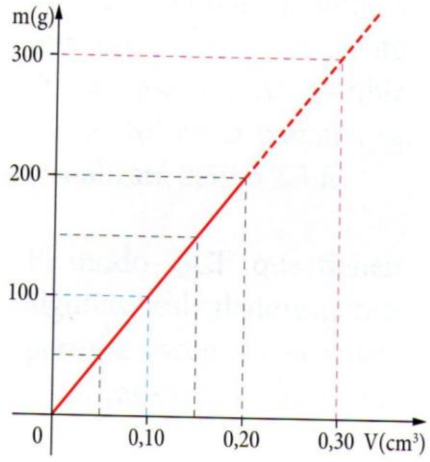

Fig. 1. Interpolar: es obtener valores dentro del intervalo de medición (líneas celestes).
Extrapolar: es obtener valores fuera del intervalo de medición (líneas fucsia).

El uso de gráficas es una herramienta de gran utilidad en los trabajos científicos. Es necesario tener en cuenta algunas recomendaciones para el trazado y la interpretación de las mismas.

¿Qué ventajas tiene la utilización de gráficas para expresar los datos obtenidos en un experimento?

- Permiten visualizar todos los datos simultáneamente.
- Permiten establecer relaciones entre las magnitudes graficadas y analizar cómo cambia una variable al variar la otra.
- Generalmente el valor del área bajo la curva o su pendiente[1], representa una magnitud física de interés.
- Permiten encontrar valores no medidos, mediante los procesos de interpolación y extrapolación (fig. 1).

Para explicar cómo se debe trazar una gráfica usaremos datos de un experimento similar al realizado en el capítulo 7, en el que se estudia la relación entre la masa y el volumen de cuerpos del mismo material. Se eligieron objetos de diferente volumen y luego se midió la masa de cada uno.

En este experimento las variables son la masa y el volumen.

Las variables se diferencian llamándolas a una, variable independiente y a la otra variable dependiente.

Variable independiente

En este caso el volumen de los cuerpos fue elegido por lo tanto es la variable independiente.

Volumen (cm^3)	Masa (g)
2,0	10
4,0	20
7,0	35
10,0	50
11,0	55
12,0	60

Fig. 2. Tabla de valores para construir la gráfica m = f (V).

Variable dependiente

La masa es la variable dependiente porque su valor depende del volumen de cada cuerpo.

Los datos obtenidos en un experimento se registran en un cuadro o tabla de valores, donde cada columna se encabeza con el símbolo de la magnitud y entre paréntesis la unidad correspondiente (fig.2).

Realizaremos la gráfica que lleva como título "**masa en función del volumen**" y se simboliza **m = f (V)**.

1 En páginas siguientes trataremos con profundidad el cálculo de la pendiente de una recta.

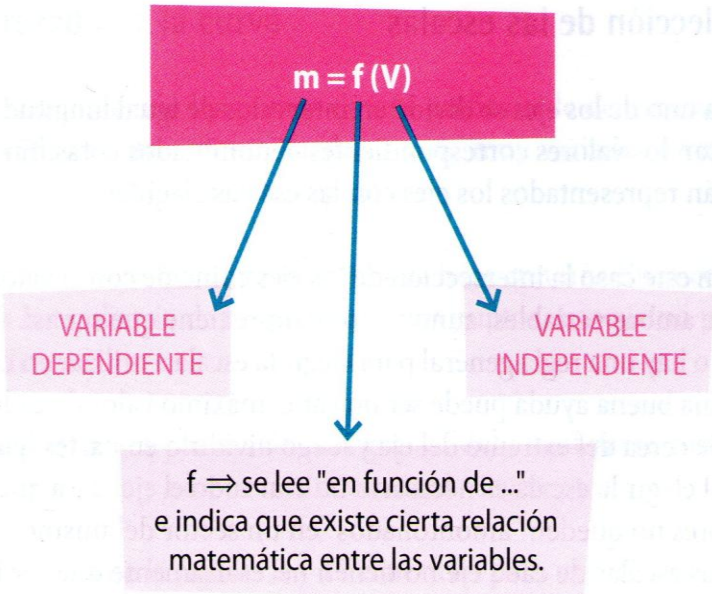

Fig. 3.

Trazado de una gráfica de puntos

a) Materiales

Es conveniente utilizar papel milimetrado para trazar las gráficas, en su defecto papel centimetrado. También debes disponer de una regla milimetrada de un tamaño adecuado al del papel.

b) Trazados de ejes

Se trazan 2 líneas perpendiculares de la misma longitud aproximadamente que serán los ejes de la gráfica. En sus extremos se indica con una flecha hacia donde crecen las magnitudes, el símbolo de cada una y entre paréntesis la unidad correspondiente (fig. 4).

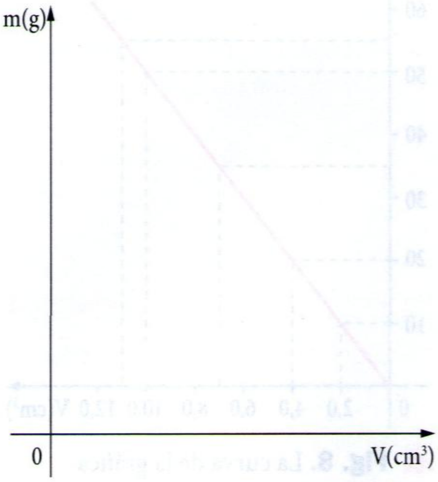

Fig. 4. En los extremos de los ejes debe escribirse el símbolo de la magnitud y su unidad de medida. De esta manera es posible interpretar la gráfica.

Eje Horizontal

A este eje se le denomina **eje de abscisas** y en él se colocan los valores de la variable independiente. En este ejemplo corresponde a las medidas de volumen (fig. 4).

Eje Vertical

A este eje se lo denomina **eje de ordenadas** y en él se colocan los valores de la variable dependiente. En el ejemplo corresponde a las medidas de masa (fig.4).

c) Elección de las escalas

Cada uno de los ejes se divide en intervalos de igual longitud, donde se colocan los valores correspondientes denominados cotas. En la figura 5 están representados los ejes con las escalas elegidas.

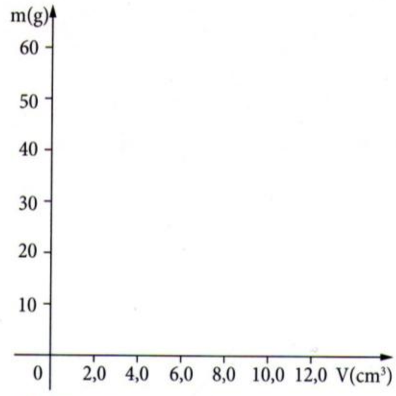

Fig. 5. Ejes correspondientes a la gráfica m = f(V).

- En este caso la intersección de los ejes coincide con el valor "cero" de ambas variables, aunque no siempre tiene que ser así.
- No hay una regla general para elegir la escala a utilizar en cada eje. Una buena ayuda puede ser ubicar el máximo valor de cada variable cerca del extremo del eje y luego dividirlo en partes iguales.
- Al elegir la escala es necesario utilizar todo el eje, para que los valores no queden "amontonados" en un sector del mismo.
- Las escalas de cada eje no tienen necesariamente que ser iguales. Por ejemplo en este caso los intervalos del eje vertical corresponden a 10g y los intervalos del eje horizontal a $2{,}0cm^3$.

Observa que los intervalos de un mismo eje son iguales y por esta razón le debe corresponder la misma variación de la magnitud. No respetar esto, provoca uno de los errores más comunes en la construcción de gráficas (figs. 6 y 7).

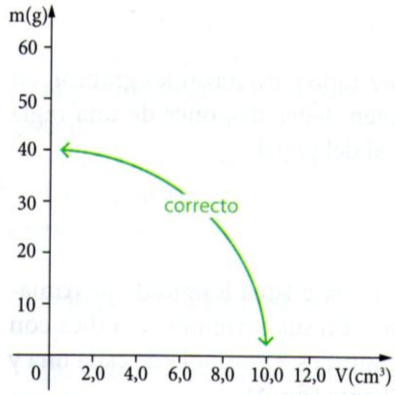

Fig. 6. Las escalas están bien construidas. A iguales intervalos en un eje le corresponden iguales variaciones de la magnitud.

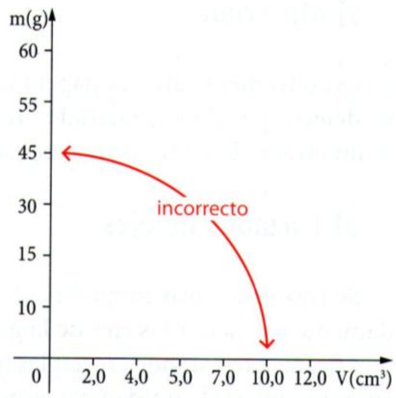

Fig. 7. Las escalas están mal construidas. A iguales intervalos en un eje, se le adjudican variaciones de las magnitudes distintas.

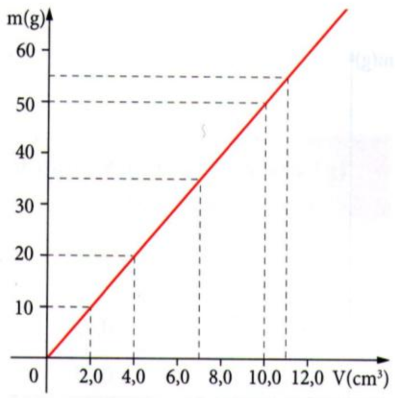

Fig. 8. La curva de la gráfica m = f(V) es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

d) Ubicación de los puntos

Luego de tener trazados los ejes y las escalas adecuadas, se procede a ubicar los puntos correspondientes a cada pareja de valores. Puedes trazar líneas punteadas auxiliares y luego borrarlas; si utilizas papel milimetrado seguramente no será necesario.

e) Trazado de la curva

A la línea que une los puntos de una gráfica se le denomina "**curva de la gráfica**". Estas curvas pueden ser de muy variadas formas, por ejemplo rectas, parábolas, etc. (fig. 8).

El trazado de la curva de la gráfica se hace con una línea continua, que siga la tendencia de la mayoría de los puntos, aunque no pase por todos ellos.

La unión de los puntos de una gráfica debe realizarse con una línea continua y no por una sucesión de segmentos.

Las gráficas de la figuras 9 y 10 muestran para un mismo conjunto de puntos una curva trazada correctamente y otra en forma incorrecta.

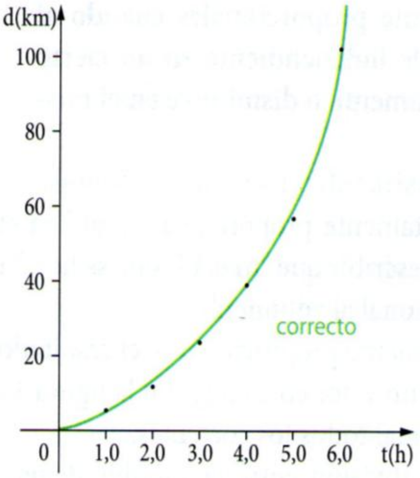

Fig. 9. Gráfica trazada correctamente.

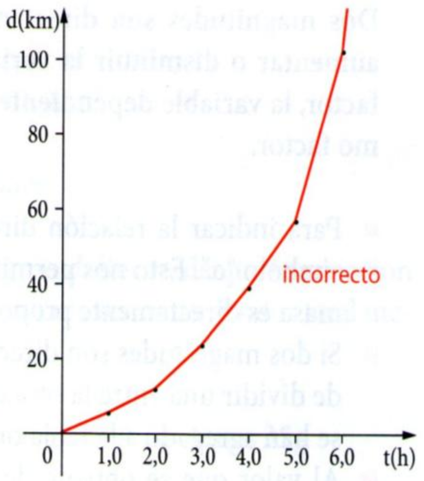

Fig. 10. Gráfica trazada incorrectamente.

Interpretación de una gráfica

Tan importante como construir una gráfica, es saber interpretarla. Las formas de las curvas pueden ser muy diversas dependiendo del tipo de relación que exista entre las variables.

En este anexo solo se estudiarán las gráficas cuyos puntos determinan una recta que pasa por el origen de coordenadas.

Cuando la unión de los puntos de una gráfica determina una recta que pasa por el origen de coordenadas, la relación entre las variables graficadas es DIRECTAMENTE PROPORCIONAL.

Proporcionalidad directa

Al graficar los valores de volumen y masa correspondientes a cuerpos del mismo material de la tabla de la figura 2, se obtiene una recta que pasa por el origen de coordenadas. Utilizaremos estos valores para estudiar las características de la relación de proporcionalidad directa (fig. 11).

La primera pareja de valores corresponde a un volumen de 2,0cm^3 y a una masa de 10g.

En la segunda pareja de valores, el volumen es el doble (4,0cm^3) y la masa también es el doble (20g) con respecto a los valores iniciales.

En la cuarta pareja el volumen es 5 veces mayor que el inicial (10,0cm^3) y la masa también aumentó 5 veces (50g). Puedes verificar qué sucede con el resto de las parejas de valores.

V (cm^3)	m (g)	V ($\frac{g}{cm^3}$)
2,0	10	5,0
4,0	20	5,0
7,0	35	5,0
10,0	50	5,0
11,0	55	5,0
12,0	60	5,0

Fig. 11. Si las magnitudes "m y V" son directamente proporcionales los cocientes entre ellas son iguales.

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar o disminuir la variable independiente en un cierto factor, la variable dependiente aumenta o disminuye en el mismo factor.

- Para indicar la relación directamente proporcional se utiliza el símbolo "α". Esto nos permite escribir que "m α V", que se lee: "la masa es directamente proporcional al volumen".
- Si dos magnitudes son directamente proporcionales, el resultado de dividir una entre la otra da un valor constante. En la figura 12 se han agregado a la tabla original todos los cocientes.
- Al valor que se obtiene de la división entre la variable dependiente y la variable independiente se le denomina **constante de proporcionalidad de la relación**. En este ejemplo la constante es $5{,}0 \frac{g}{cm^3}$ (fig. 11 y 12).
- En muchas ocasiones la constante de proporcionalidad tiene algún significado. En este caso por ser la división de masa y volumen, corresponde a la densidad del material del que están formados los objetos.

Luego de conocer la constante de proporcionalidad que llamaremos "K" es posible relacionar las magnitudes con la siguiente ecuación: $m = K \times V$.

Fig. 12.

Conclusión

Es posible determinar si la relación entre dos magnitudes es de proporcionalidad directa de dos formas:

- **Graficar una magnitud en función de la otra y ver si la gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.**
- **Realizar las divisiones de la variable dependiente entre la independiente y ver si se obtiene un valor constante.**

Pendiente de una recta

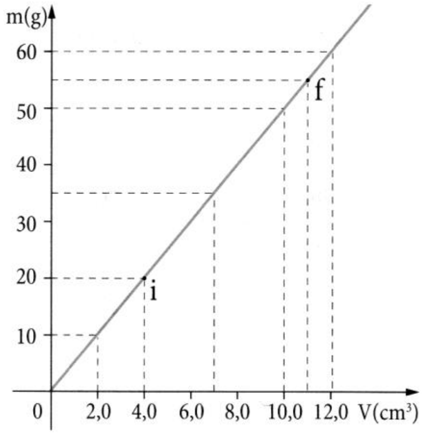

Fig. 13. El valor de la pendiente de la recta es independiente de los puntos que elijamos como inicial y final.

Hemos visto que si dos magnitudes son directamente proporcionales es posible determinar la constante de proporcionalidad dividiéndolas entre sí. Veremos cómo calcular dicha constante a partir de la gráfica, determinando lo que se llama la **pendiente de la recta**.

Procedimiento para calcular la pendiente de una recta

Para ejemplificar el cálculo de la pendiente, usaremos la gráfica $m = f(V)$.

Primer paso: elección del punto inicial y final

Se eligen dos puntos de la recta (fig. 13), al que tiene menor abscisa le llamaremos inicial (i) y al de mayor abscisa le llamaremos final (f). Según nuestra elección, a los puntos inicial y final le corresponden las siguientes coordenadas:

Punto inicial $m_i = 20g$ $V_i = 4{,}0cm^3$
Punto final $m_f = 55g$ $V_f = 11{,}0cm^3$

Segundo paso: cálculo de variaciones

Se calcula la variación de cada magnitud. Recuerda que la variación se simboliza con la letra delta (Δ) y se calcula restando el valor final menos el inicial:

Variación de masa $\Delta m = m_f - m_i = 55g - 20g \Rightarrow \mathbf{\Delta m = 35g}$

Variación de volumen $\Delta V = V_f - V_i = 11{,}0cm^3 - 4{,}0cm^3 \Rightarrow \mathbf{\Delta V = 7{,}0cm^3}$

Tercer paso: cálculo de la pendiente

De acuerdo a la definición de "pendiente de una recta" (fig. 14), para calcularla se divide la variación de la magnitud del eje vertical (variable dependiente) entre la variación de la magnitud del eje horizontal (variable independiente). En este ejemplo la pendiente se calcula:

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta\text{Variable dependiente}}{\Delta\text{Variable independiente}} = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{35g}{7{,}0cm^3}$$

$$\mathbf{Pendiente = 5{,}0\,\frac{g}{cm^3}}$$

Se puede observar que la pendiente de la recta es la constante de proporcionalidad entre las magnitudes. En este caso particular representa la densidad del material que forma los cuerpos con los que se ha trabajado.

La pendiente de una recta se define como el cociente entre una variación de la magnitud del eje vertical (variable dependiente) y la correspondiente variación de la magnitud del eje horizontal (variable independiente).

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta\text{Variable dependiente}}{\Delta\text{Variable independiente}}$$

Fig. 14. Definición de pendiente

t (s)	d (m)
0	0
10	30
20	60
30	90
40	120

Fig. 15. Ejemplo 1.

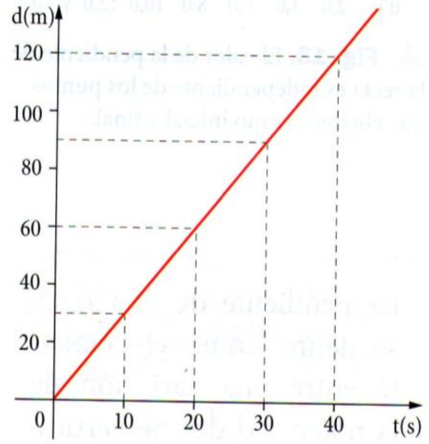

Fig. 16.

t (s)	d (m)	v $\left(\frac{m}{s}\right)$
0	0	-
10	30	3,0
20	60	3,0
30	90	3,0
40	120	3,0

Fig. 17.

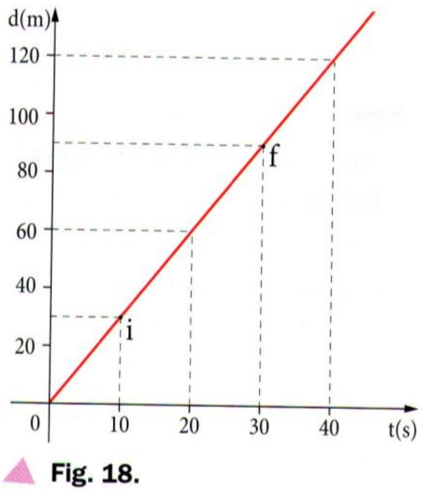

Fig. 18.

Ejemplo

En un experimento se midió la distancia que recorre una bicicleta en intervalos de tiempo de 10 segundos, obteniéndose los valores que se indican en la tabla de la figura 15.

a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?

El tiempo es la variable independiente porque sus intervalos fueron fijados por la persona que realizó el experimento y la distancia recorrida es la variable dependiente.

b) Realiza la gráfica d = f (t)

Para construir la gráfica debemos trazar los ejes, elegir y marcar la escala en cada uno, ubicar los valores y luego trazar la curva. En la figura 16 vemos la gráfica construida, donde la curva es una recta que pasa por el origen de las coordenadas.

c) ¿Hay una relación directamente proporcional entre la distancia recorrida por la bicicleta y el tiempo transcurrido?

Sí, porque la gráfica d = f (t) es una recta que pasa por el origen.

d) Calcula la constante de proporcionalidad

La constante de proporcionalidad la podemos calcular de dos formas. Una de ellas es mediante el cálculo de los cocientes entre las variables (fig. 17) cuyo resultado es $3{,}0\,\frac{m}{s}$ y la otra forma es determinando la pendiente de la recta.

Para calcular la pendiente consideramos dos puntos que llamaremos inicial y final (fig.18). Sus coordenadas son: $d_i = 30m$, $d_f = 90m$, $t_i = 10s$, $t_f = 30s$ y las variaciones se calculan:

$$\Delta d = d_f - d_i = 90m - 30m \Rightarrow \Delta d = 60m$$

$$\Delta t = t_f - t_i = 30s - 10s \Rightarrow \Delta t = 20s$$

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta\text{Variable dependiente}}{\Delta\text{Variable independiente}} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{60m}{20s} = 3{,}0\,\frac{m}{s}$$

$$\textbf{Pendiente} = \mathbf{3{,}0\,\frac{m}{s}}$$

La pendiente de la gráfica d = f (t) representa la velocidad a la que se mueve la bicicleta y nos indica que se desplaza 3,0 metros por cada segundo que transcurre.

PROBLEMAS

1) Los valores de las tablas de la figura 19 corresponden a la temperatura, medida cada 2 minutos, mientras se calentaban diferentes líquidos.
   a) Construye las gráficas T = f (t) para cada tabla de valores.
   b) ¿Alguna de las gráficas representa una relación de proporcionalidad directa?
   c) En caso que la respuesta anterior sea afirmativa, calcula la constante de proporcionalidad por dos métodos.

Tabla 1

t (min)	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
T (ºC)	6,9	13,8	17,9	20,8	23,0	24,8

Tabla 2

t (min)	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
T (ºC)	18,8	36,6	56,4	75,2	94,0	113,0

Tabla 3

t (min)	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
T (ºC)	4,0	16,0	36,0	64,0	100,0	144,0

Fig. 19.

2) A partir de la gráfica de la figura 20 determina:
   a) La pendiente de la recta utilizando los valores correspondientes a los puntos A y D.
   b) La pendiente de la recta utilizando los valores correspondientes a los puntos B y C.
   c) La pendiente de la recta utilizando los valores correspondientes a los puntos B y D.
   d) ¿Qué conclusión puedes obtener de los cálculos anteriores?

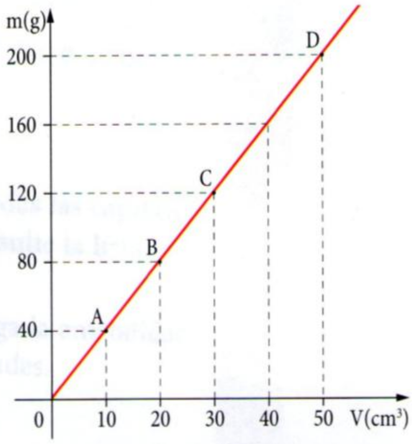

Fig. 20. Gráfica m = f (V).

3) En un experimento se cuelga una pesa de un resorte y se mide cuánto se estira (Δl). A continuación se van agregando pesas (todas iguales) y se miden los estiramientos correspondientes. Los valores obtenidos se registraron en el cuadro de la figura 21.
   a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
   b) Construye la gráfica Δl = f (Nº de pesas)
   c) A partir de la gráfica determina cuánto se estirará el resorte si se colgaran 7 pesas. ¿Cómo se le denomina a este procedimiento?
   d) Justifica de dos formas que la relación entre el estiramiento y el número de pesas colgadas es directamente proporcional.
   e) Calcula la pendiente de la gráfica e interpreta su significado.

Nº pesas	Δl (cm)
1	2,3
2	4,5
3	7,0
4	9,2
5	11,5

Fig. 21. Valores del estiramiento de un resorte a medida que se cuelgan pesas de él.

V (cm^3)	m (g)
2,0	14,4
4,0	28,8
5,0	....
8,0	57,6
....	64,8
11,0	79,2

Fig. 22. Problema 4.

4) Usando los datos de masa y volumen del cuadro de la figura 22 correspondientes a una sustancia.
   a) Explica por qué se cumple que "m" es directamente proporcional a "V".
   b) Completa la tabla.
   c) Traza la gráfica m = f (V).
   d) Calcula la pendiente e interpreta su valor.

5) El precio de 100g de queso es $40.
   a) Construye una tabla de valores donde se indique el precio de 100g, 250g, 400g, 600g, 800g y 1,00kg.
   b) Traza una gráfica del precio en función de la masa de queso.
   c) Comprueba que la relación es directamente proporcional.
   d) Calcula la pendiente e interpreta su significado.

6) En las tablas de la figura 23 se encuentran valores de la velocidad de tres automóviles a medida que transcurre el tiempo.
   a) Traza las gráficas v = f (t) para los valores de cada tabla.
   b) ¿Alguna de estas gráficas corresponde a una relación directamente proporcional?
   c) Calcula la pendiente de cada gráfica y explica qué sucede con los valores de la variable dependiente a medida que cambia la variable independiente.

Auto 1		Auto 2		Auto 3	
t (s)	v ($\frac{m}{s}$)	t (s)	v ($\frac{m}{s}$)	t (s)	v ($\frac{m}{s}$)
0	32	0	9	0	0
5	28	5	12	5	8
10	24	10	15	10	16
20	16	20	21	20	32
30	8	30	27	30	48

Fig. 23. Problema 6.

t (s)	d (m)
5	30,0
10	15,0
20	7,5
25	6,0
30	5,0

Fig. 24. Problema 7.

7) Además de la relación de proporcionalidad directa existen otras, una de ellas es la relación inversamente proporcional. Los valores del cuadro de la figura 24 cumplen esta relación.
   a) Traza la gráfica d = f (t)
   b) ¿Qué sucede con los valores de distancia a medida que aumenta el tiempo?
   c) Comprueba que el producto de las parejas de valores "d × t" es un valor constante.
   d) Para cada valor de tiempo "t", calcula el cociente "$\frac{1}{t}$"
   e) Construye la gráfica d= f ($\frac{1}{t}$). ¿Cómo es la curva obtenida?
   f) Luego de realizar las partes anteriores. Explica cómo se puede identificar una relación inversamente proporcional.